Devoir de contrôle N°2 Mathématiques	Lycée secondaire : Teboulba Le 24 / 01 / 2005 Durée : 2 H

Sujet A

Exercice N°1 : (12 pts)

On considère la fonction f définie sur IR par : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{ax+6}{x-2} & \text{si } x \leq -3 \\ f(x) = \sqrt{x+3} & \text{si } x > -3 \end{cases}$; $a \in IR$

1-/ Déterminer le réel a pour que f soit continue en -3.

2-/ **Pour *a = 2***

a) Montrer que f est continue sur IR.

b) Montrer que f est dérivable à gauche en -3, puis donner une équation de la demi- tangente à (ζ_f) au point d'abscisse -3.

c) Etudier la dérivabilité de f à droite en -3. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3-/ a) Montrer que f est dérivable en $x_0 = 1$.

b) Ecrire une équation de la tangente (T) à (ζ_f) au point d'abscisse $x_0 = 1$.

c) Soit la droite $\Delta_m : y = -\frac{1}{2}mx + 3$; $(m \in IR)$

Déterminer le réel m pour que la droite Δ_m soit perpendiculaire à (T).

4-/ **Soit** $x_0 \in]-\infty, -3]$

a) Pour tout réel a ; montrer que f est dérivable en x_0. Et que $f'(x_0) = \dfrac{-2a-6}{(x_0-2)^2}$.

b) Déterminer a pour que la tangente à (ζ_f) au point d'abscisse $x_0 = -4$ soit parallèle à $D: 2x - 3y + 1 = 0$.

c) **Pour *a = 0***

Déterminer les points de (ζ_f) où la tangente est perpendiculaire à la droite $D': y = -\frac{2}{3}x + 1$.

Exercice N°2 : (8 pts)

I – Pour tout $x \in IR$ on a : $A(x) = 4Sin^2x + 2(\sqrt{3}-1)Sinx - \sqrt{3}$ et $B(x) = Cosx + Sinx$.

1-/ a) Résoudre dans $[-\pi, \pi]$ l'inéquation $A(x) \leq 0$.

b) Etudier le signe de $A(x)$ sur $[-\pi, \pi]$.

2-/ Résoudre dans IR puis dans $[-\pi, \pi]$ l'équation $B(x) = 0$.

3-/ Résoudre dans $[-\pi, \pi]$ l'inéquation $A(x).B(x) \geq 0$.

II – Pour tout $x \in IR$ on a $C(x) = 2Sin^2x + Sin2x$

1-/ Montrer que $C(x) = 2Sinx.B(x)$.

2-/ Soit $\begin{array}{rcl} f: & [-\pi, \pi] & \to IR \\ x & \mapsto & \dfrac{B(x)+C(x)}{2Cos^2x - Sin2x} \end{array}$

a) Préciser D_f le Domaine de définition de f.

b) Montrer que pour tout $x \in D_f$: $f(x) = \dfrac{1-2Sinx}{2Cosx}$.

c) Résoudre dans $[-\pi, \pi]$ l'inéquation $f(x) \geq 0$.

Bon Travail